

$$\cos 2x = \sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \quad [-3\pi; -1,5\pi]$$

Вот что наreshала. Пожалуйста, исправьте, что неверно

$$2 \cos^2 x - 1 + 2 = -\sqrt{3} \cos x \quad \text{Откуда в левой части } +2? \text{ Ведь } \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x + 1 = 0 \quad \text{Из-за ошибки в 1-й строке это тоже не верно! Должно быть}$$

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x - 1 = 0 \quad (*)$$

$\cos x(2 \cos x + \sqrt{3}) + 1 = 0$ Это не разложение на множители, т.к. в левой части 2 слагаемых: $\cos x(2 \cos x + 3)$ и 1, т.е. левая часть – сумма а не произведение, так что нужно решать квадратное уравнение, только не это, а то, которое помечено (*).

$\cos x = -1$ and $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ Если это подставить в твою вторую строку (сначала $\cos x = -1$): $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x + 1 = 0$, то получим: $2 - \sqrt{3} + 1 = 0$ или $3 - \sqrt{3} = 0$, а если подставить $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, то будет $\frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 1 = 0$ или $1 = 0$.

Можно ли так раскладывать или именно решать через квадратное уравнение? На этот вопрос я уже ответил – нельзя! Осталось решить уравнение:

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x - 1 = 0. \text{ Делаем замену } \cos x = t: 2t^2 + \sqrt{3}t - 1 = 0.$$

$$D = 3 + 4 \cdot 2 \cdot 1 = 11; t_1 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{11}}{4}, t_2 = \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4}.$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{11}}{4} < -1: \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{11}}{4} < -1 \Leftrightarrow \sqrt{3} + \sqrt{11} > 4 \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{33} + 11 > 16 \Leftrightarrow \sqrt{33} > 1.$$

$$0 < t_2 = \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} < 1. \text{ В самом деле, неравенство } 0 < \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} \text{ очевидно.}$$

$$\frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} < 1 \Leftrightarrow \sqrt{11} - \sqrt{3} < 4 \Leftrightarrow 11 - 2\sqrt{33} + 3 < 16 \Leftrightarrow -2\sqrt{33} < 2.$$

$$\text{Значит, } t = \cos x = \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} \text{ и } x = \pm \arccos \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Т.к. $\cos x > 0$, то $0 < \arccos x < \frac{\pi}{2}$ и $-\frac{\pi}{2} < -\arccos x < 0$. $\arccos x + 2\pi n$ попадает в про-

межуток $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ при выполнении системы неравенств $\begin{cases} 2\pi n \geq -3\pi \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq -\frac{3\pi}{2} \end{cases}$ или

$\begin{cases} n \geq -\frac{3}{2} \\ n \leq -1 \end{cases}$. Из целых n этой системе удовлетворяет только $n = -1$. Таким образом, в

промежуток $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ попадает решение $x_1 = \arccos x - 2\pi = \arccos \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} - 2\pi$.

$-\arccos x + 2\pi n$ попадает в промежуток $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ при выполнении системы нера-

венств $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \geq -3\pi \\ 2\pi n \leq -\frac{3\pi}{2} \end{cases}$ или $\begin{cases} n \geq -\frac{5}{4} \\ n \leq -\frac{3}{4} \end{cases}$. Из целых n в промежуток $\left[-\frac{5}{4}; -\frac{3}{4}\right]$ попадает

только $n = -1$, значит решение $x_2 = -\arccos x - 2\pi = -\arccos \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} - 2\pi$ тоже попадает в промежуток $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$. Ответ: $x = \pm \arccos x - 2\pi = -\arccos \frac{\sqrt{11} - \sqrt{3}}{4} - 2\pi$.