

1. Сложение.

Всего существует 4 варианта сложения. Три первых знакомы нам. А вот четвертый надо крепко-накрепко запомнить.

1) $0+0=0$

2) $0+1=1$

3) $1+0=1$

4) $1+1=10$ (при сложении в столбик его читаем так: «0 пишем, 1 в уме»)

Пример:

Складываем, как обычно, двигаясь справа налево. То, что «в уме», пишем со сдвигом влево.

$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 01 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 101 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 1001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 0001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 00001 \\ 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 00001 \\ 11 \end{array}$
	1 и 1 будет 10. 0 пишем, 1 в уме	1 и 0 будет 1. 1 и 1 в уме будет 10.	0 пишем, 1 в уме	1 и 0 будет 1. 1 да 1 в уме будет 10	0 пишем, 1 в уме	1 и 1 будет 10. 0 пишем, 1 в уме	0 и 1 в уме
$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 10001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 110001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 110001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 0010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 0010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 1010001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 01010001 \\ 1 \end{array}$
будет 1	0 и 1 будет 1	1 и 1 в уме будет 10	0 пишем, 1 в уме	0 и 0 будет 0	0 и 1 в уме	будет 1	1 и 1 будет 10. 0 пишем, 1 в уме

$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 101010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 101010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 001010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 001010001 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 1001010001 \end{array}$
Сносим 1	1 и 1 в уме будет 10	0 пишем, 1 в уме		

Это была подробная запись. Обычно же пишут все сразу в одном месте, не переписывая весь пример:

$$\begin{array}{r} 110111110 \\ + 10010011 \\ \hline 1001010001 \\ 11 \ 11111 \end{array}$$

Или цифры «в уме» пишут сверху, как в твоём примере (или вообще не пишут):

Начало решения:

Конец решения:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ + 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \hline 0 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \\ + 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

2. Умножение.

Здесь правила такие же, как и в десятичной:

- 1) $0*0=0$
- 2) $0*1=0$
- 3) $1*0=0$
- 4) $1*1=1$

Умножаем на каждую цифру и результаты складываем:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

ну и т.д. В результате получим:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

Строки, состоящие из одних 0, можно выбросить, т.к. прибавление 0 ничего не меняет, но сохраняем их взаимное положение:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

Такую же запись можно было бы получить не умножая на 0, но не забывая делать сдвиг влево при каждом пропущенном 0 (как и в десятичной системе).

Складываем:

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 0\ 1\ 0 \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 0\ 0\ 1\ 0 \\
 1\ 1
 \end{array}$$

Продолжаем и доходим до интересного места:

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1
 \end{array}$$

Складываем 1+1+1+1. Один плюс один – будет 0, 1 в уме. И еще 1+1. Поэтому получаем 0 и еще раз 1 «в уме»:

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0 \\
 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1
 \end{array}$$

Заканчиваем сложение:

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 \\
 \\
 \\
 \\
 \hline
 1 \\
 1 \\
 \\

 \end{array}$$

Прибавляем то, что было «в уме»:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \\
 \hline
 1 \\

 \end{array}$$

Тут опять появляются цифры «в уме». Прибавляем и их. Так поступаем до тех пор, пока ничего «в уме» не останется:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \\
 \hline
 1 \\

 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \\
 \hline
 1 \\

 \end{array}$$

Можно продолжать складывать, но уже видно, что наша единица «в уме» будет перемещаться влево, пока не достигнет крайне левого положения:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \\
 \hline
 1 \\

 \end{array}$$

И получаем окончательный результат:

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0

На практике, большинство из приведенных рассуждений делают устно и записывают примерно так:

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
 \hline
 & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \\
 & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & & & \\
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & & & & & \\
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & & & & & & & \\
 \hline
 & & & & & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & \\
 \hline
 & & & & & & & & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 &
 \end{array}$$

Продолжаем здесь же:

[illegible]

Окончательно запись выглядит таким образом:

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 & & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 & & & & & & & & & & \hline
 & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 & 1 & 1 & / & / & / & / & / & / & / & / & / & 1 & 1 & 1 & & & &
 \end{array}$$

3. Вычитание.

Всевозможные случаи вычитания (четвертый получается из свойства сложения $1+1=10$, значит $10-1=1$):

1) $0-0=0$

2) $1-0=1$

3) $1-1=0$

4) $10-1=1$ Запомнить!

Если нужно от 0 вычесть 1 то идем влево, пока не встретим 1, заменяем ее 0, а все пройденные 0 заменяем на 1, а тот 0, от которого отнимаем, заменяем на 10:

0	1	1	10						
1	0	0	0						

0	1	1	1	1	1	10
1	0	0	0	0	0	0

Пример:

								0	10
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1	1	
									1

Опять надо из 0 вычитать 1.

								0	10
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1	1	
									1

Опять занимаем из левого разряда:

								0	10	10
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	
	1	0	0	1	0	0	1	1	1	
									1	1

И продолжаем:

								0	10	10	
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0		
	1	0	0	1	0	0	1	1	1		
									0	1	1

								0	10	10		
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0			
	1	0	0	1	0	0	1	1	1			
									1	0	1	1

								0	10	10			
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0				
	1	0	0	1	0	0	1	1	1				
									0	1	0	1	1

						0	10	10
1	1	0	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1	1
			1	0	1	0	1	1

						0	10	10
1	1	0	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1	1
		0	1	0	1	0	1	1

						0	10	10
1	1	0	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1	1
	0	0	1	0	1	0	1	1

						0	10	10
1	1	0	1	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1	1

Еще пример (с краткой записью):

				10			
			0	/	0	10	
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1

Левые нули не являются значащими, поэтому ответом будет число 1101.

4. Деление.

Решаем по такому же алгоритму, как и в десятичной системе, применяя правила умножения и вычитания. Берем всегда 1 или 0.

$$\begin{array}{cccccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & & & & & & 1 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & \downarrow & & & & 1 & \\ \hline & & 1 & 0 & & & & & \end{array}$$

10 меньше 100. Берем по 0:

$$\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & & & & & 1 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & & & & & & \\ & 0 & 0 & & & & & & \\ \hline & & 1 & 0 & 1 & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc|ccc}
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & & & & & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 & 1 & 0 & & & & & & & \\
 & 0 & 0 & & & & & & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & 1 & & & & & & \\
 & 1 & 0 & 0 & & & & & & \\
 \hline
 & & & 1 & 1 & & & & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|cccc}
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 \hline
 & 1 & 0 & & & & & & & \\
 & 0 & 0 & & & & & & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & & 1 & & & & & \\
 & 1 & 0 & & 0 & & & & & \\
 \hline
 & & & 1 & 1 & & & & & \\
 & & & 0 & 0 & & & & & \\
 \hline
 & & & 1 & 1 & & & & &
 \end{array}$$

Целая часть кончилась, поэтому ставим запятую:

$$\begin{array}{cccc|cccc}
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 \hline
 1 & 0 & 0 & & & & 1 & 0 & 1 & 0, \\
 & 1 & 0 & & & & & & & \\
 & 0 & 0 & & & & & & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & 1 & & & & & & \\
 & 1 & 0 & 0 & & & & & & \\
 \hline
 & & 1 & 1 & & & & & & \\
 & & 0 & 0 & & & & & & \\
 \hline
 & & & 1 & 1 & 0 & & & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \mid 1\ 0\ 0 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 1\ 0 \\
 \underline{0\ 0} \\
 1\ 0\ 1 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 1\ 1 \\
 \underline{0\ 0} \\
 1\ 1\ 0 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 \mid 1\ 0\ 0 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 1\ 0 \\
 \underline{0\ 0} \\
 1\ 0\ 1 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 1\ 1 \\
 \underline{0\ 0} \\
 1\ 1\ 0 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 1\ 0\ 0 \\
 \underline{1\ 0\ 0} \\
 0
 \end{array}$$

Деление закончилось.

Ответ: 1010,11